電磁鋼板の磁気ヒステリシス特性のモデル化手法

松尾 哲司 (京都大学)

電気四学会関西支部 専門講習会「電磁界解析
における高速大規模数値計算技術」(2006)より

鉄心の磁気特性

- 現代社会の電力消費の半分以上がモータによる
- モータ損失 ⇒ 鉄損と銅損
  - 鉄損
    - ヒステリシス損
    - 渦電流損

モータ鉄心の磁気特性の正確な表現は容易でない

- ヒステリシス特性
- ベクトル特性 ⇐ 回転磁界
- 異常渦電流損

ヒステリシス特性

電磁界解析の際、無視されることが多い

- 複雑な特性表現 ⇒ 解析上の困難，計算コストの増大
- ヒステリシス特性の評価の必要性
  - ヒステリシス損
  - 残留磁気、偏磁
- 簡単で正確なヒステリシス特性の表現手法

⇒ 過去の状態遷移(履歴)が現在の状態に及ぼす影響を表現

- 高調波の重畳によって生じるマイナーループ
- 偏磁条件下における非対称マイナーループ

ヒステリシスモデル

◎ プライザッハ(Preisach)モデル

⇒ 高い記述能力（マイナーループなど）

○ Jiles-Athertonモデル

○ Stoner-Wohlfarth モデル

プライザッハモデルの有限要素解析への応用

- 記憶容量大（２次元の積分領域）
- 計算量大（２次元積分，逆関数）

プレイモデル＆ストップモデル

- 簡潔な表現
- プライザッハモデルと同等の記述能力

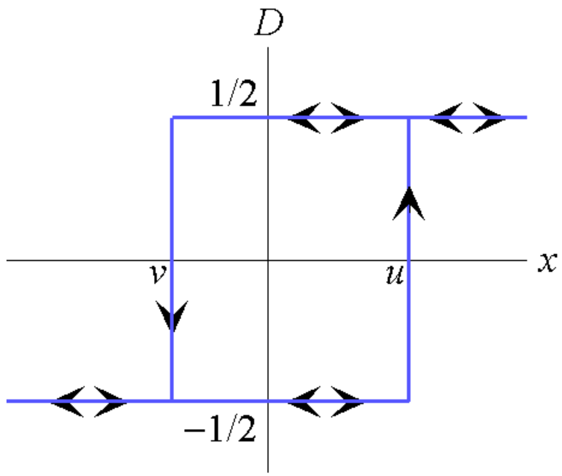
⇒ プレイモデルはプライザッハモデルと等価

プライザッハモデル

$$y = h(x) = \int_{-x_S}^{x_S} \int_{v}^{x_S} K(u,v) D_{uv}(x) \mathrm{d}u\mathrm{d}v$$

$K(u,v)$: 分布関数, x_S: 飽和点を与えるパラメータ

$$D_{uv}(x) = \begin{cases} +1/2 & (u \le x) \\ -1/2 & (x \le v) \\ \text{不変} & \text{(それ以外)} \end{cases}$$

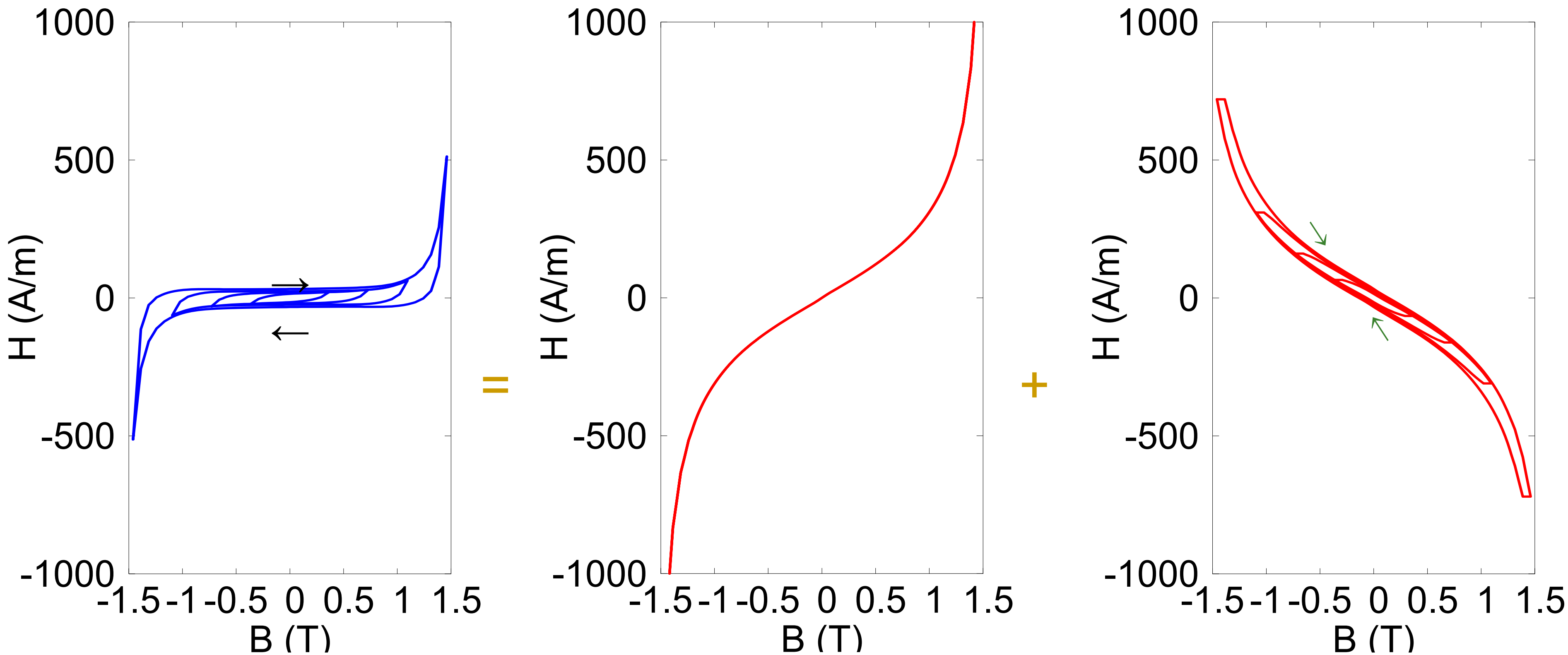


反時計回りのループ

磁界Hを入力、磁束密度Bを出力とするのが自然

逆分布関数法

入力をB，出力をHとする ⇐ 磁気ベクトルポテンシャルの使用



元のヒステリシス特性 = 可逆部 + 不可逆部

⇒ 負の分布関数

プレイモデル

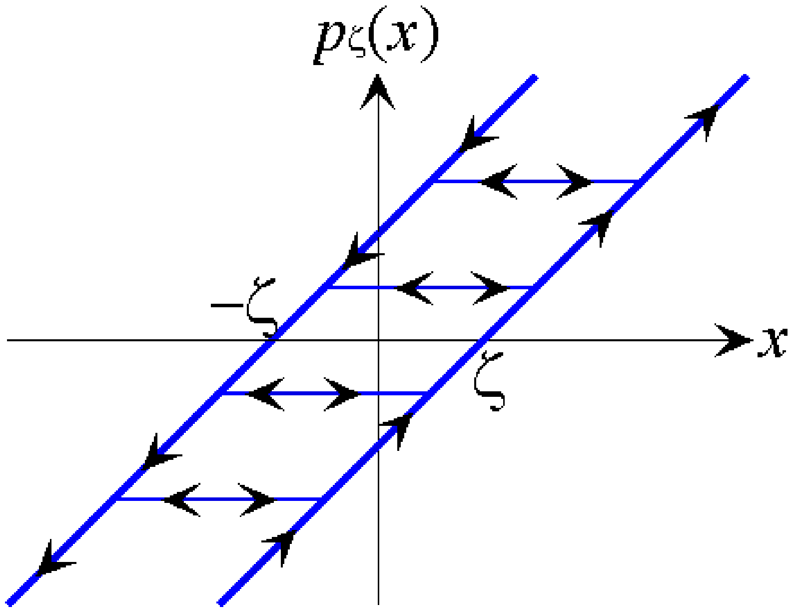
$$\boxed{P(x)=\int_0^{xs} f(\zeta, p_\zeta(x))\,\mathrm{d}\zeta}$$

$p_\zeta(x) = \max(\min(p_\zeta{}^0, x+\zeta), x-\zeta)$

⇒ プレイヒステロン

$p_\zeta{}^0$: 前時点でのp_ζ

$f(\zeta,p)$: 形状関数（一価関数）



変数変換 $(u, v) = (p+\zeta,\ p-\zeta)$ により

プライザッハモデル($2K(u, v) = \partial f(\zeta, p)/\partial p$)に変換される

⇒ 等価性

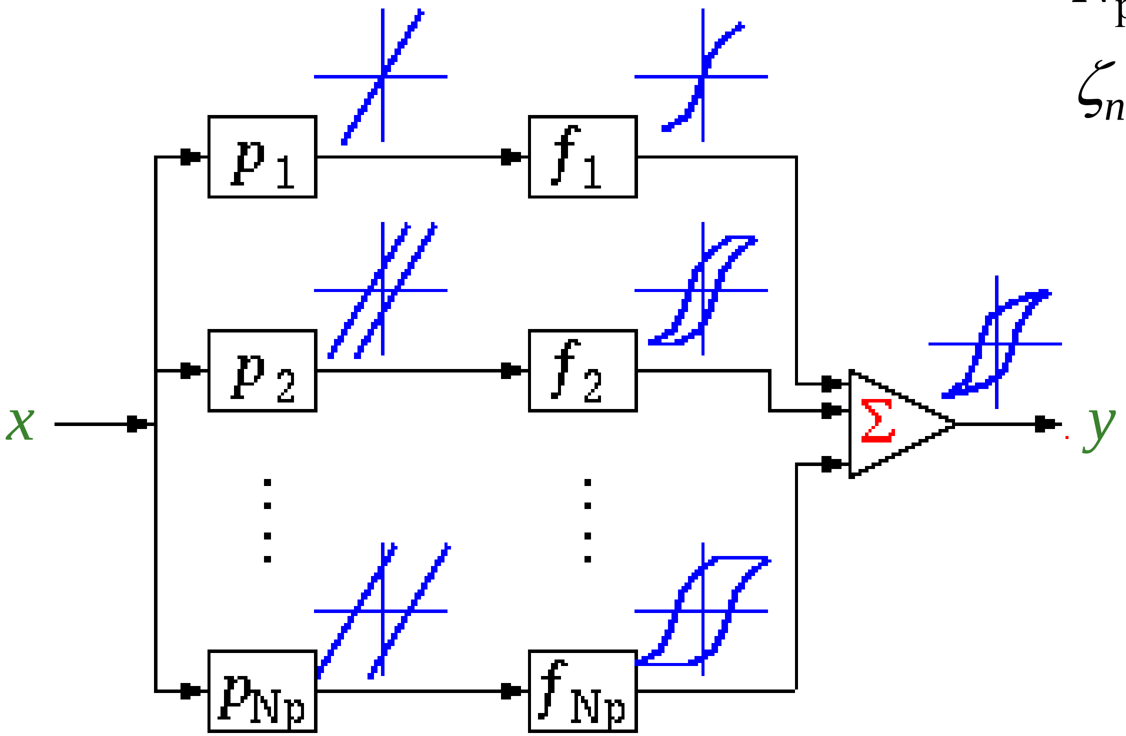
プレイモデルの離散化

$$P(x) = \sum_{n=1}^{Np} f(\zeta_n, p_{\zeta n}(x))$$

$$p_\zeta(x) = \max(\min(p_\zeta^{\,0}, x+\zeta), x-\zeta)$$

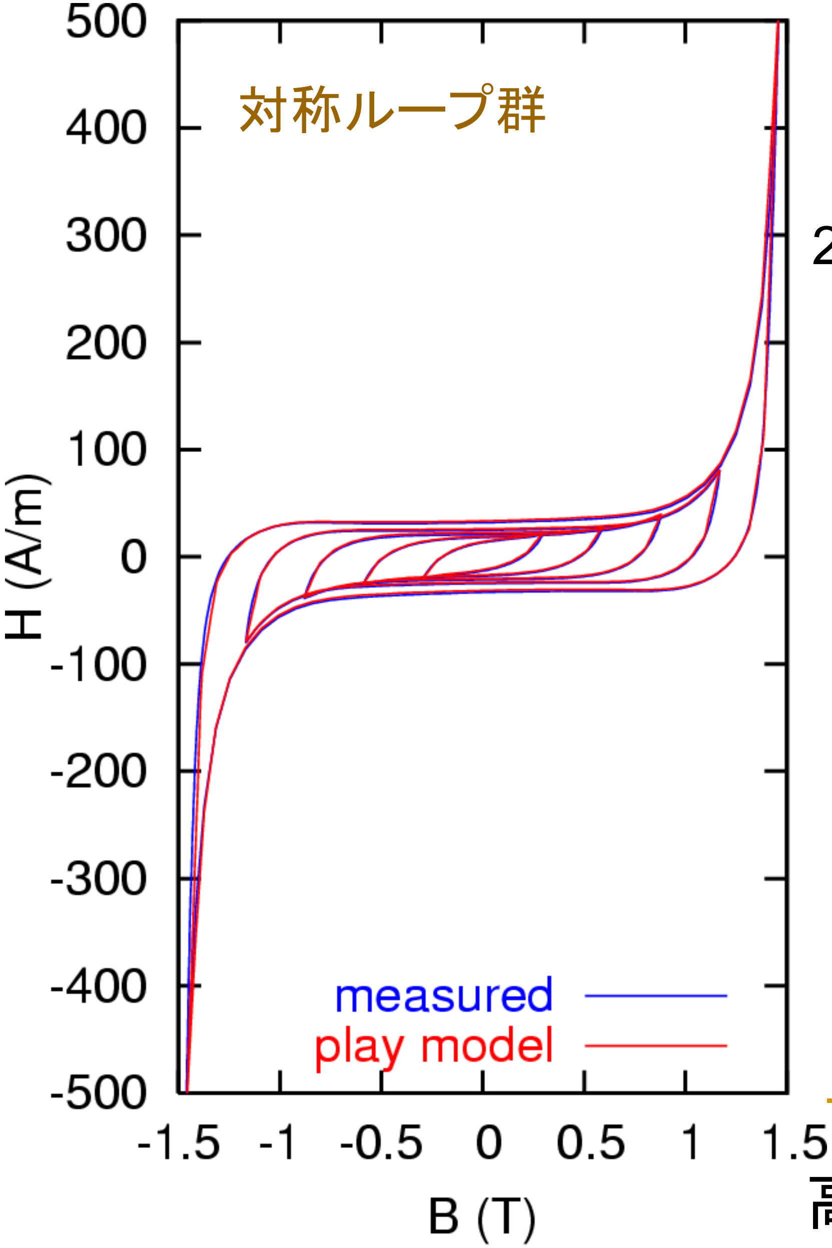
N_p: プレイヒステロンの数

$\zeta_n = n x_\mathrm{S} / N_\mathrm{p}$



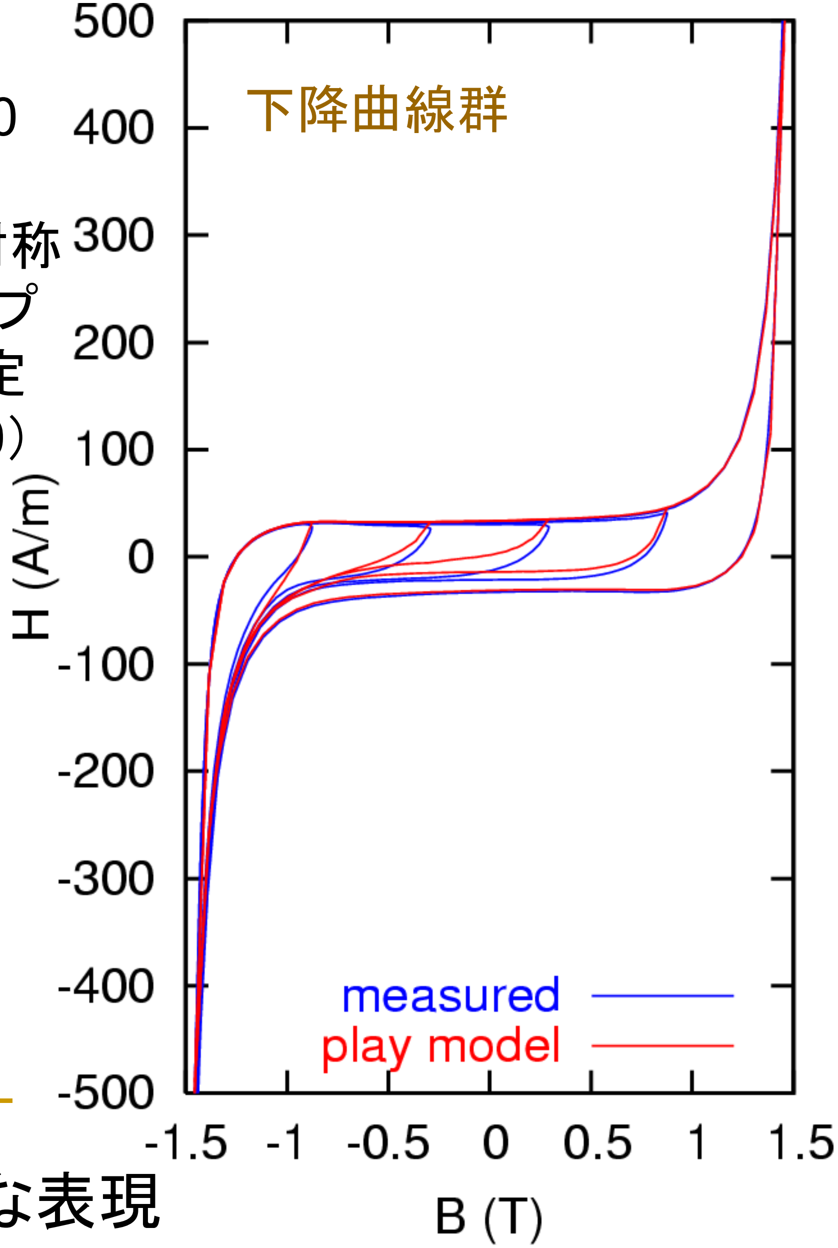
- 前時点での$p_{\zeta n}$を記憶しておけばよい
  ⇒　履歴の記憶は一次元配列
- 簡潔な表現

プレイモデルによるBHループの表現(B→H)



JIS
50A290

20個の対称
BHループ
から同定
(Np=40)



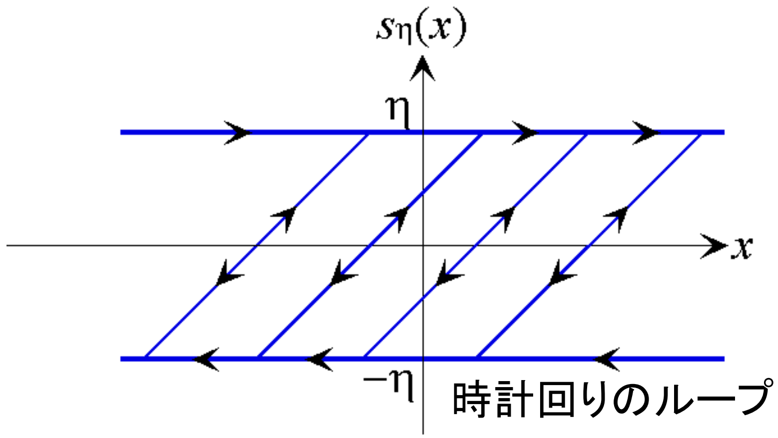
高精度な表現

ストップモデル

$$S(x) = \sum_{n=1}^{Ns} g(\eta_n, s_{\eta n}(x))$$

g_n: 形状関数 (一価関数)

s_η: ストップヒステロン

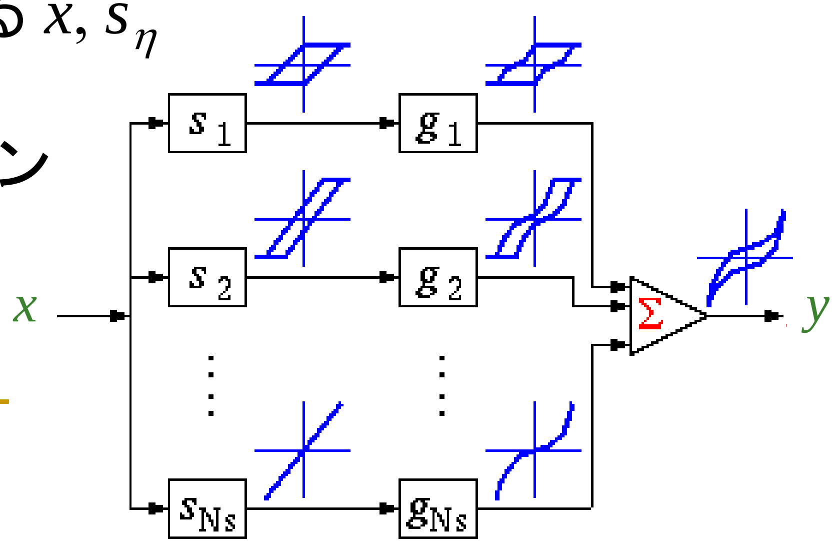


η: ストップヒステロンの高さ

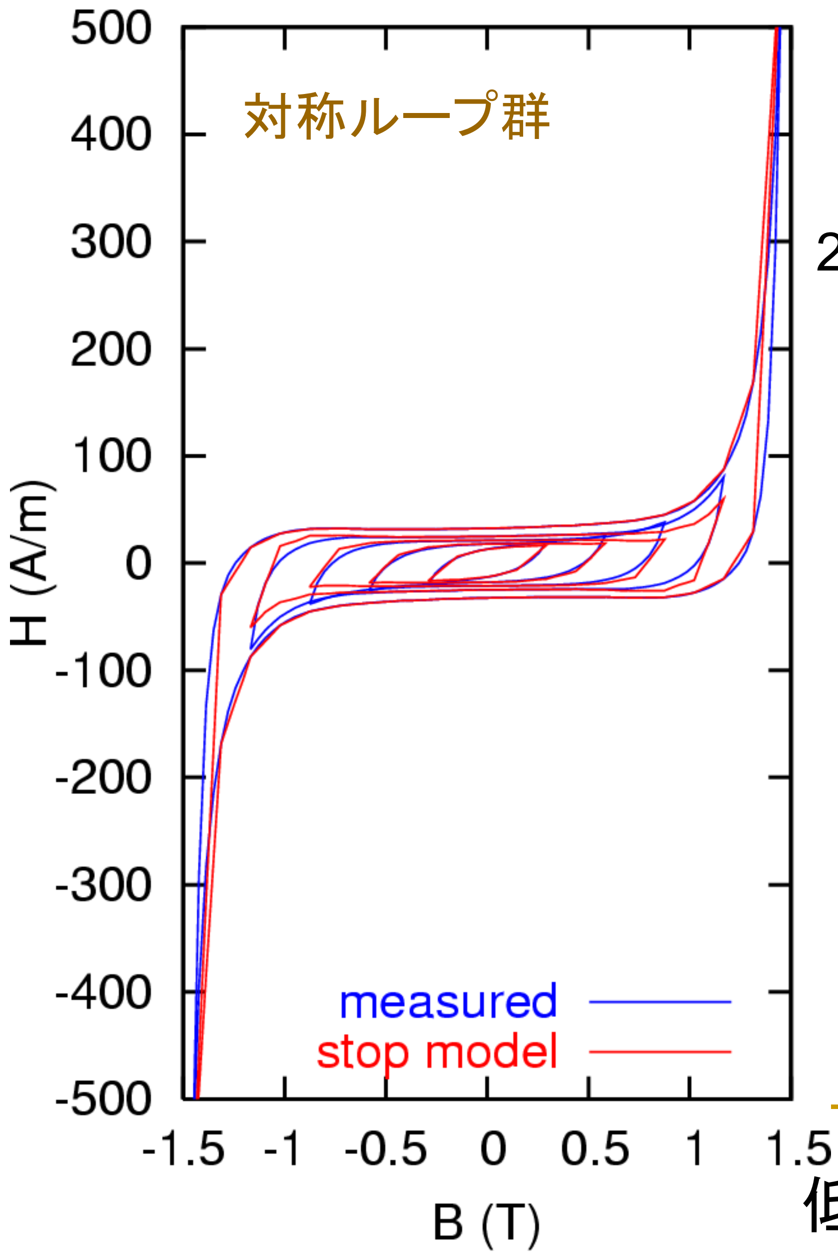
$$s_\eta(x) = \max(\ \min(\ x - x^0 + s_\eta{}^0,\ \eta\ ),\ -\eta_n\ )$$

$x^0,\ s_\eta{}^0$: 前時点における $x,\ s_\eta$

- 様々な高さ η_n のストップヒステロンの重ね合わせ
- 簡潔な表現

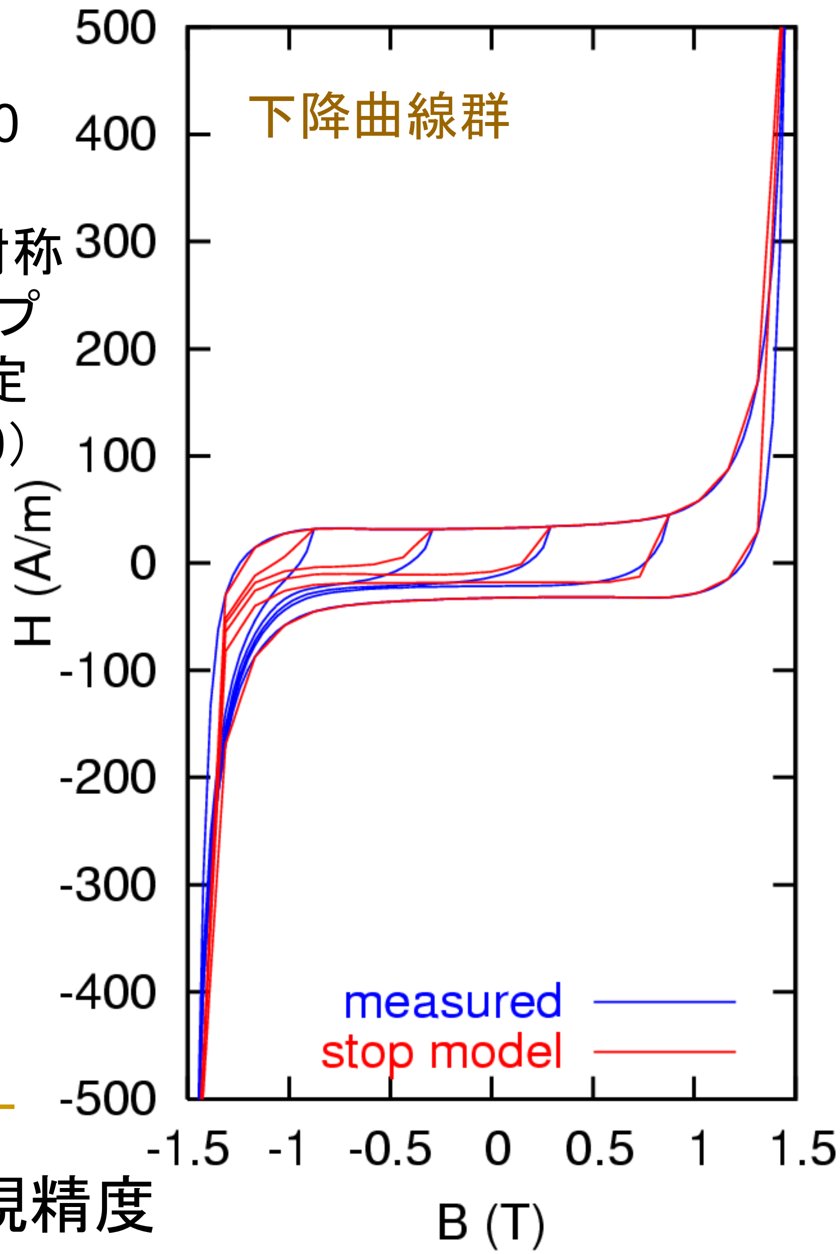


ストップモデルによるBHループの表現



JIS
50A290

20個の対称
BHループ
から同定
(Ns=20)



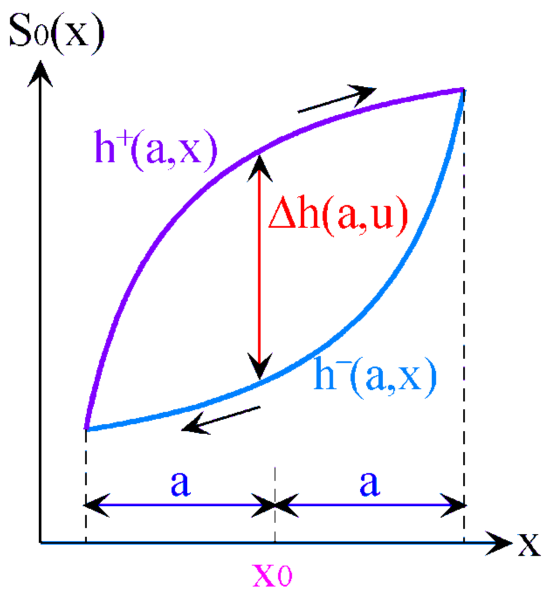
低い表現精度

マイナーループの性質

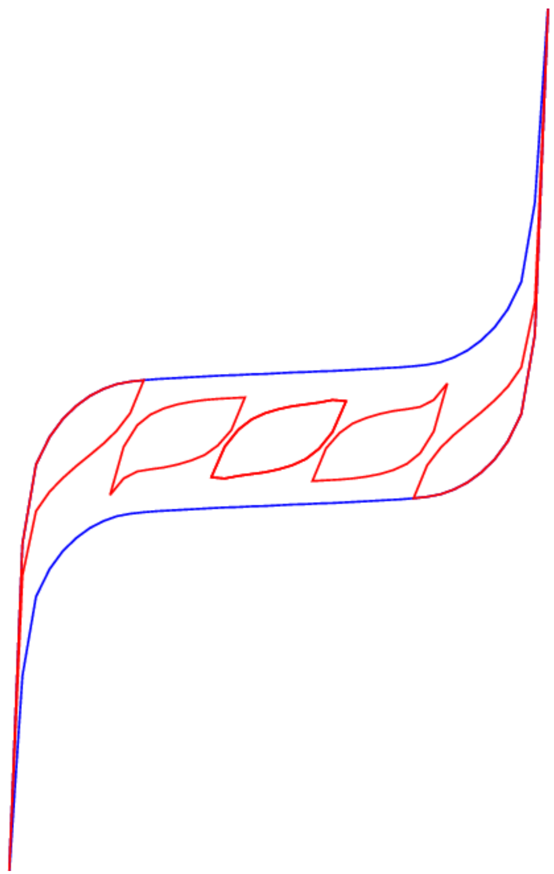
周期入力 : $x=u+x_0$ $(-a \le u \le a)$

$\Rightarrow$ 上昇曲線 : $h^+(a,x)$
下降曲線 : $h^-(a,x)$

$$\boxed{h^+(a, u+x_0) - h^-(a, u+x_0) = \Delta h(a, u)}$$



等振幅の周期入力に対する
マイナーループの縦方向幅は
直流バイアスx_0や履歴に
依らず等しい



入力依存形状関数を持つストップモデル

$$\boxed{S(x) = \sum_{n=1}^{Ns} g(\eta_n, s_{\eta n}(x), x)}$$

$g(\eta,s,x)$: 入力依存形状関数

$g(\eta,s,x) = w(x)\, g_0(\eta,s)$　（$w(x)$: 重み関数）　とおくと

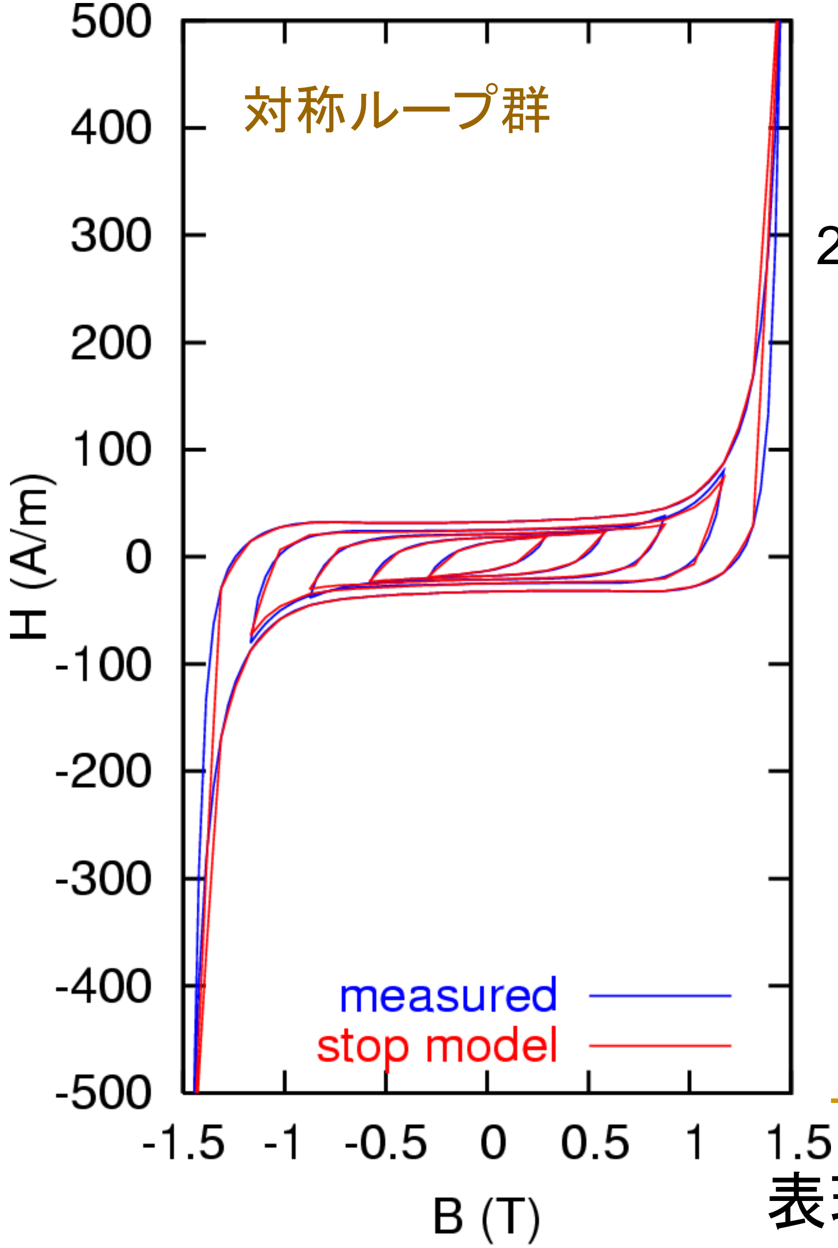
$$\boxed{\frac{S(x)}{w(x)} = \sum_{n=1}^{Ns} g_0(\eta_n, s_{\eta n}(x))}$$

$\Rightarrow$ 従来のストップモデル

$\Rightarrow$ $S(x)/w(x)$がマイナーループの等幅性を持つようにする

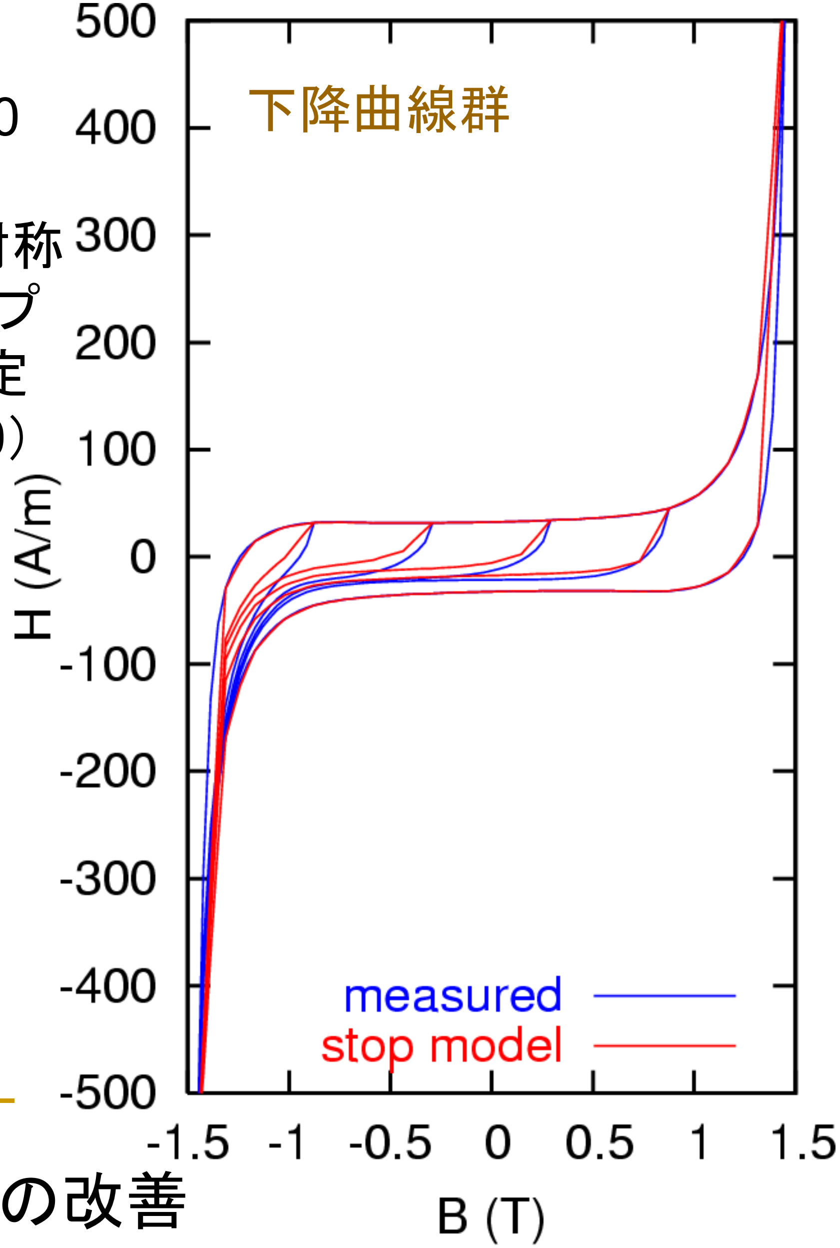
$w(x)$: メジャーヒステリシスループの幅

改良ストップモデルによるBHループの表現



JIS
50A290

20個の対称
BHループ
から同定
（Ns=40）



表現精度の改善

入力依存形状関数を持つプレイモデル

$$P(x) = \sum_{n=1}^{Np} f(\zeta_n, p_{\zeta n}(x), x)$$

⇐ 入力依存形状関数を持つストップモデルと等価

$f(\zeta, p, x)$: 入力依存形状関数

$f(\zeta, p, x) = w(x)\, f_0(\zeta, p)$ （$w(x)$: 重み関数） とおくと

$$\frac{P(x)}{w(x)} = \sum_{n=1}^{Np} f_0(\zeta_n, p_{\zeta n}(x))$$

$\Rightarrow$ 従来のプレイモデル

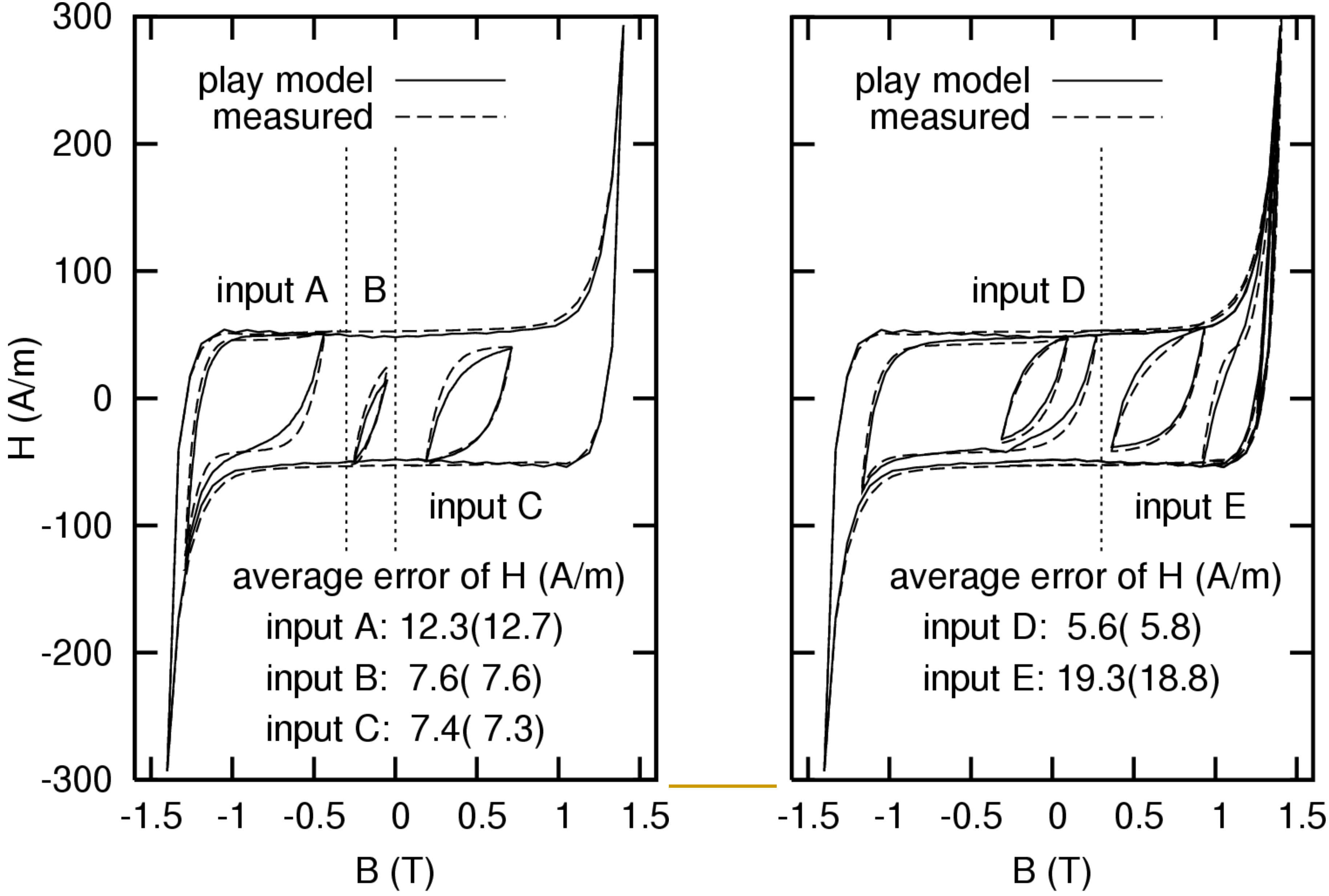
$\Rightarrow$ $P(x)/w(x)$がマイナーループの合同性を持つようにする

$w(x)$: メジャーヒステリシスループの幅

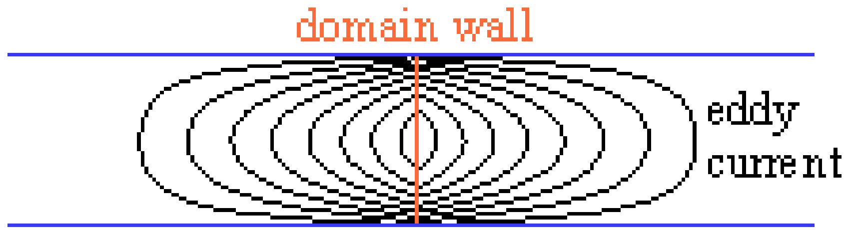
プレイモデルとストップモデルのまとめ

- プレイモデル
  - プライザッハモデルと等価
    ⇒ マイナーループの合同特性
- ストップモデル
  - マイナーループの直流バイアスによらない等幅特性
    ⇒ 電磁鋼板の磁気特性と合致しない
- 入力依存形状関数を持つプレイモデル・ストップモデル
  - 非線形(入力依存)プライザッハモデルと等価
    ⇒ マイナーループの等幅特性
  - 高い表現能力
  - 積形式の形状関数を用いた同定

マイナーループを含む直流BHループ



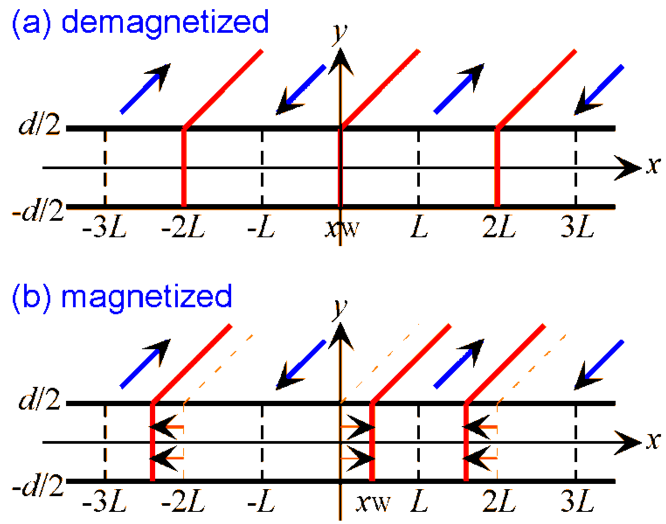
交流特性と異常渦電流損



磁壁付近への渦電流の集中

プライ&ビーンモデル

⇐ 1D周期的磁区構造



B小 ($x_W << L$) のときの電力損失

$$P = \frac{8\sigma L d}{\pi^3}\left(\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\right)^2 \sum_{n\ \mathrm{odd}}^{\infty} \frac{1}{n^3} \coth\frac{n\pi L}{d} = \sigma \frac{k_E d^2}{12}\left(\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\right)^2$$

$$k_E = \frac{P}{P_C} = \frac{96L}{\pi^3 d} \sum_{n\ \mathrm{odd}}^{\infty} \frac{1}{n^3} \coth\frac{n\pi L}{d}$$ ：異常渦電流損係数

$$P_C = \frac{\sigma d^2}{12}\left(\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\right)^2$$ ：古典渦電流損

$2L$: 平均磁区幅

x_W: 磁区の位置

交流モデル

$$\boxed{H_{\mathrm{AC}}(B) = H_{\mathrm{DC}}(B) + k_{\mathrm{E}} \frac{\sigma d^2}{12} \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}}$$

：均質化モデル

H_{DC}: 直流特性

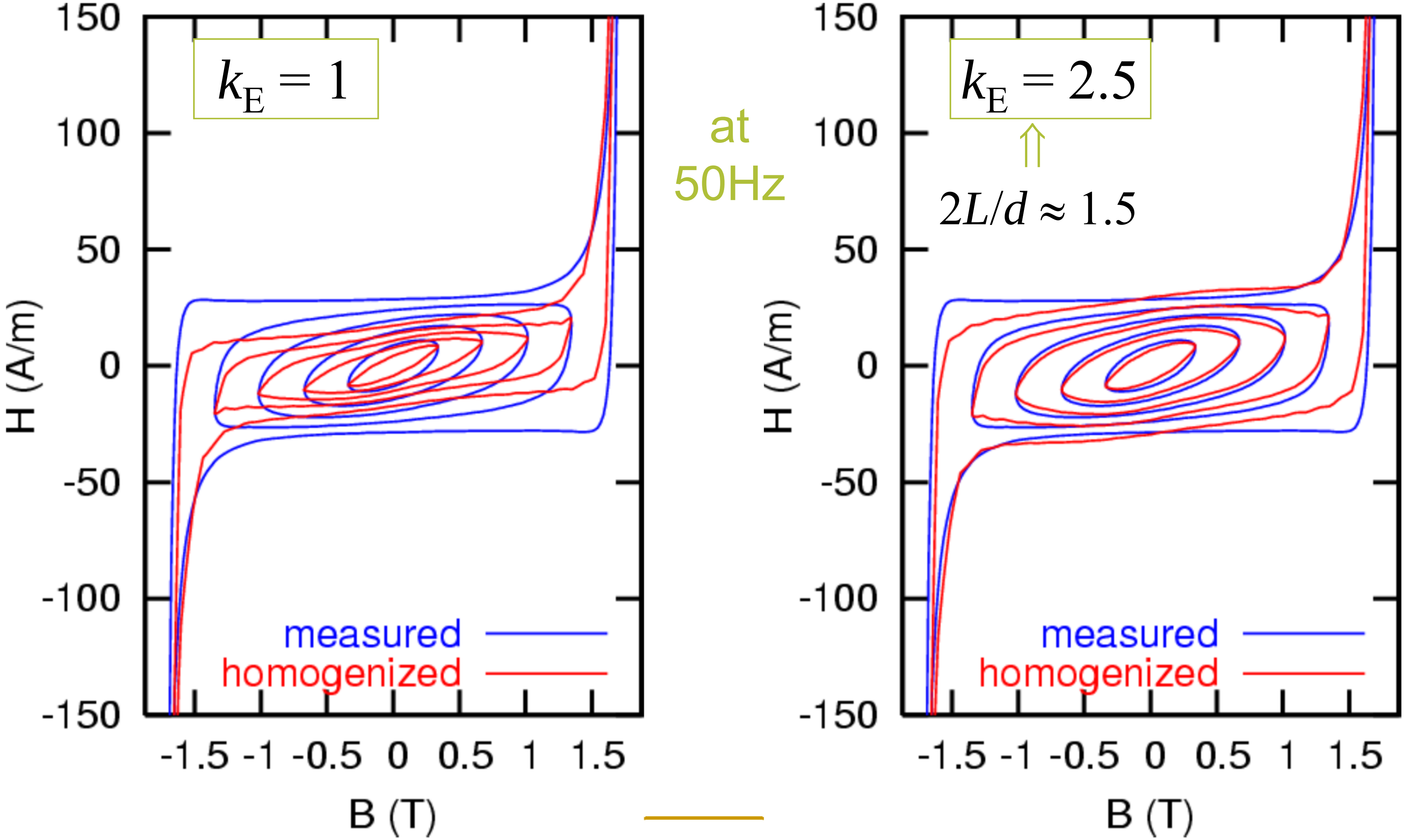
$$k_{\mathrm{E}} = \frac{96L}{\pi^3 d} \sum_{n\ \mathrm{odd}}^{\infty} \frac{1}{n^3} \coth \frac{n\pi L}{d}$$

：アノマリーファクター

⇑ Pry & Bean モデル

d: 厚み，$2L$: 平均磁壁間隔

交流BHループの表現



表現精度の改善

表皮効果の考慮

線形解析による
渦電流損
（1周期あたり）

$$W_{\mathrm{E}} = \begin{cases} \dfrac{\pi^2}{6}\sigma d^2 B_{\max}^2 f & (\text{for small } f) \\ \dfrac{\pi^{3/2}}{2}\sqrt{\dfrac{\sigma d^2}{\mu}} B_{\max}^2 f^{1/2} & (\text{for large } f) \end{cases}$$

渦電流による磁界 $\Rightarrow$ $H_{\mathrm{E}} \propto f^{1/2}$

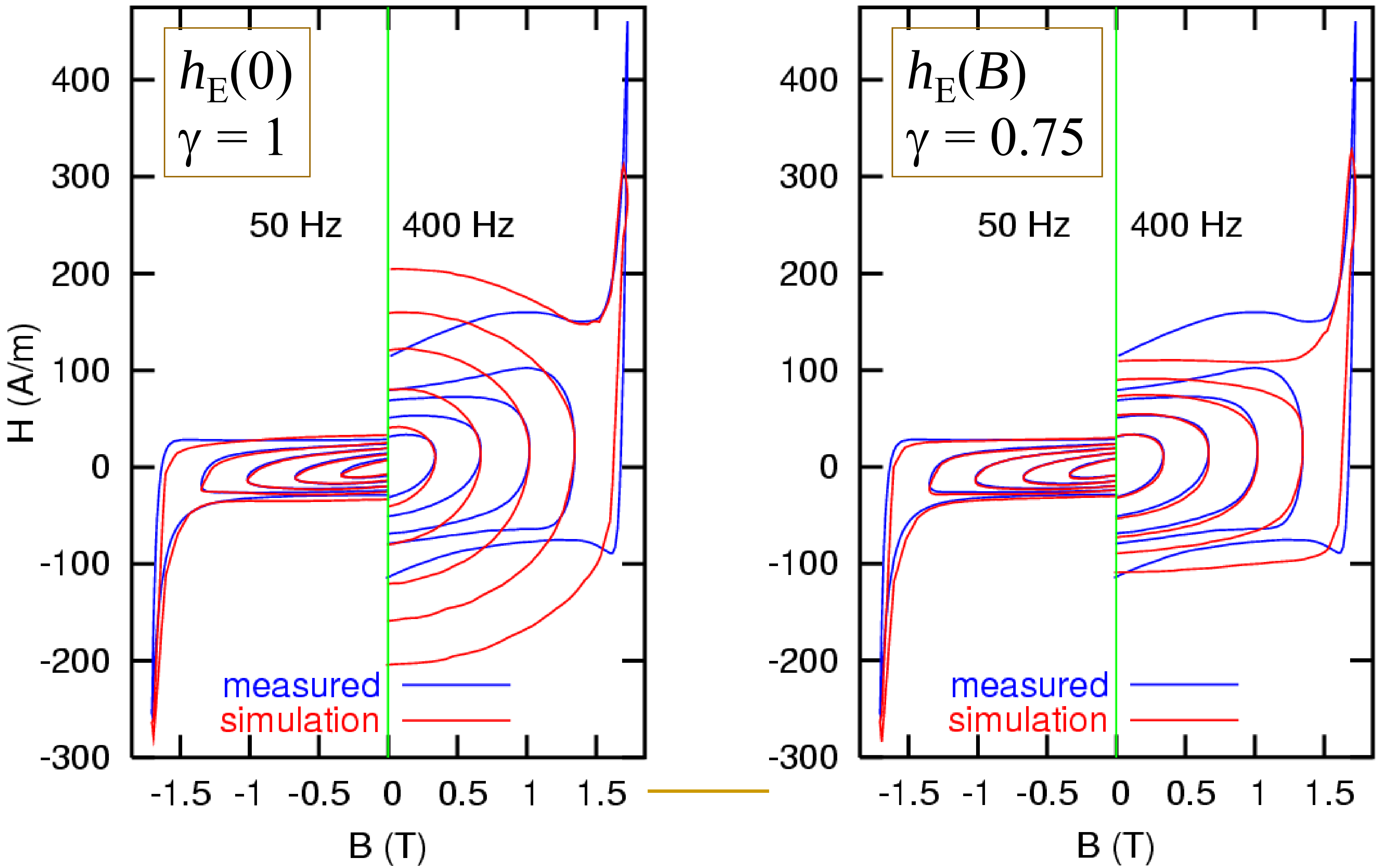
実際の電磁鋼板 $\Rightarrow$ $\mathrm{W}_{\mathrm{E}} \propto f^{\gamma},\ H_{\mathrm{E}} \propto f^{\gamma} \quad (0.5 \le \gamma \le 1)$

拡張モデル

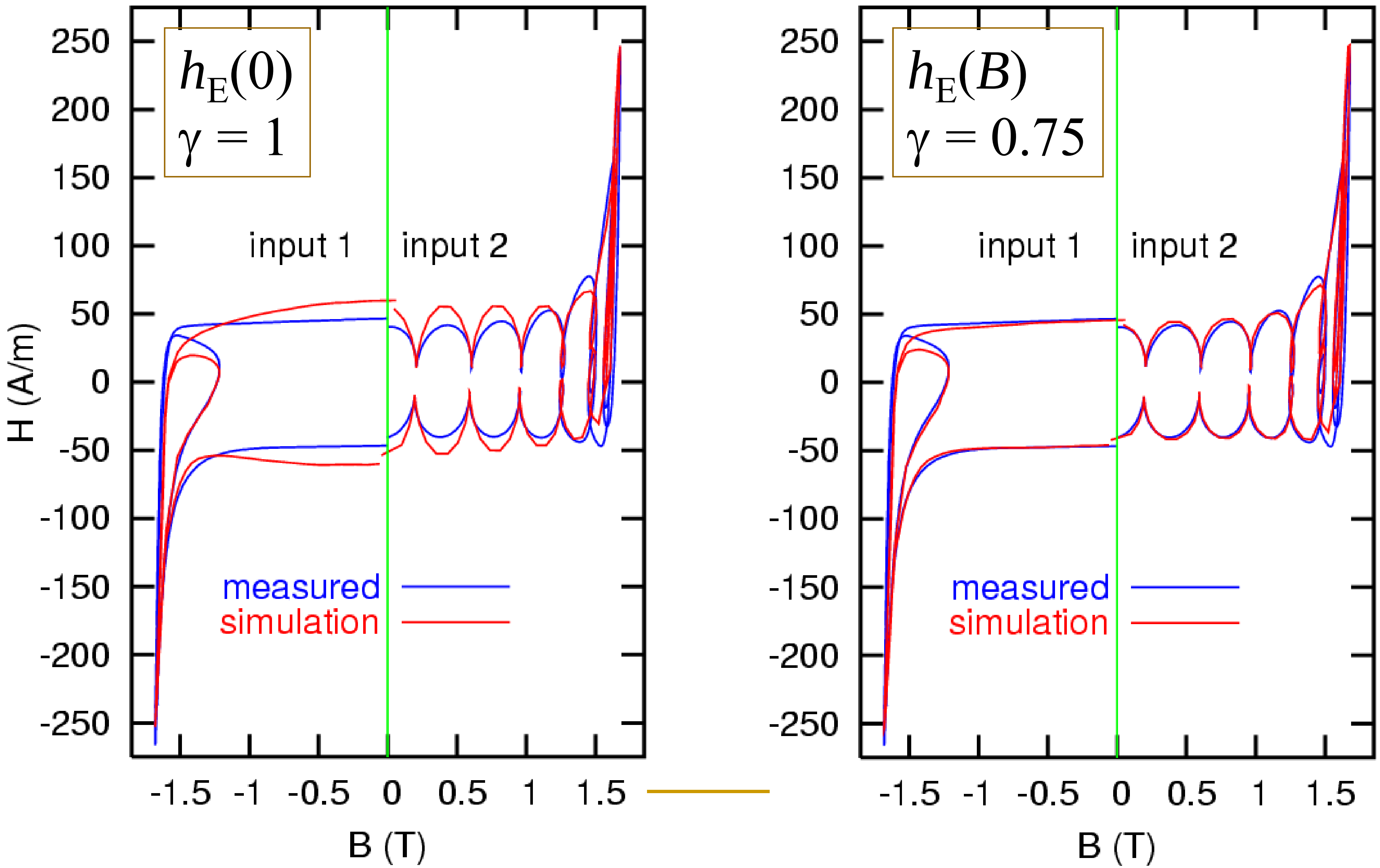
$$\boxed{H_{\mathrm{E}} = h_{\mathrm{E}}\left(B, \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\right) = c_{\mathrm{A}} k_{\mathrm{E}}(B) \frac{\sigma d^2}{12}\left(\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\right)^{\gamma}}$$

$$k_{\mathrm{E}}(B) = \frac{192L}{\pi^3 d}\sum_{n\ \mathrm{odd}}^{\infty} \frac{\cosh\left\{\dfrac{n\pi L}{d}\left(1+\dfrac{B}{B_{\mathrm{S}}}\right)\right\}\cosh\left\{\dfrac{n\pi L}{d}\left(1-\dfrac{B}{B_{\mathrm{S}}}\right)\right\}}{n^3 \sinh \dfrac{2n\pi L}{d}}$$

正弦波条件下での計算結果



マイナーループを生じる波形に対する計算結果



むすび

- プレイモデルとストップモデルによる電磁鋼板のヒステリシス特性の表現

  ⇒ 高精度で簡潔な直流スカラーモデルの構築

- 今後の課題

  - 複雑なマイナーループ
  - 交流モデル
  - ベクトルモデル